|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO NGHỆ AN** | **KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10**  **TRƯỜNG THPT CHUYÊN PHAN BỘI CHÂU**  **TRƯỜNG THPT CHUYÊN – TRƯỜNG ĐH VINH**  **NĂM HỌC 2021 – 2022** |

**ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ THI CHÍNH THỨC**

**Môn: Toán**

**Đáp án gồm 04 trang**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Câu** | | **Nội Dung** | | | | **Điểm** | |
| **1** | **a)**  **3,0** | a) Giải phương trình: . | | | | | |
|  |  | Điều kiện . (\*) | | | | 0,25 | |
|  |  | Ta có | | | | 0,5 | |
|  |  |  | | | | 0,5 | |
|  |  |  | | | | 0,5 | |
|  |  |  | | | | 0,25 | |
|  |  | (thỏa mãn điều kiện (\*)) | | | | 0,5 | |
|  |  | (thỏa mãn điều kiện (\*))  Vậy tập nghiệm của phương trình là . | | | | 0,5 | |
|  | **b)**  **3,0** | b) Giải hệ phương trình: . | | | | | |
|  |  |  | | | | 0,5 | |
|  |  | Lấy  trừ  theo vế ta được | | | | 0,5 | |
|  |  |  | | | | 0,5 | |
|  |  |  | | | | 0,25 | |
|  |  | Trường hợp 1.  thế vào phương trình  ta có  hoặc . | | | | 0,25 | |
|  |  | Với  suy ra . Với  suy ra . | | | | 0,25 | |
|  |  | Trường hợp 2.  thế vào phương trình  ta có  . | | | | 0,25 | |
|  |  | Với  suy ra . Với  suy ra .  Vậy hệ có các nghiệm  là: . | | | | 0,5 | |
| **2** | **a)**  **1,5** | Tìm  sao cho . | | | | | |
|  |  | +) Nếu | | | | 0,5 | |
|  |  | điều này mâu thuẫn vì  thì . | | | | 0,25 | |
|  |  | +) Nếu . | | | | 0,25 | |
|  |  | +) Nếu . | | | | 0,25 | |
|  |  | Vậy . | | | | 0,25 | |
|  | **b)**  **1,5** | Tìm số nguyên dương  để  là bình phương của một số hữu tỉ dương. | | | | | |
|  |  | Giả sử trong đó  và . | | | | | 0,25 |
|  |  | Khi đó:  (). (1) | | | | | 0,25 |
|  |  | Trường hợp 1: Trong hai số có 1 số chẵn và một số lẻ đều là số lẻ.  Từ (1) suy ra . | | | | | 0,25 |
|  |  | Trường hợp 2: Hai số là hai số lẻ . Đặt .  (1) trở thành . | | | | | 0,25 |
|  |  | Vì  và  khác tính chẵn lẻ đồng thời  nên ta có bảng:   |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | |  | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 4 | |  | 2 | 4 | 14 | 28 | 7 | 7 | | k | 14 | 7 | 2 | 1 | 2 | 1 | | n | 37 | 86 | 361 | 752 | 73 | 32 | | | | | | 0,25 |
|  |  | Vậy . | | | | | 0,25 |
| **3** | **2,0** | Cho các số dương  thỏa mãn . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: . | | | | | |
|  |  | Ta có . | | | | 0,25 | |
|  |  | Từ đó ta có: .  Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi .  Tương tự : và . | | | | 0,25 | |
|  |  | Do đó . Đặt .  Khi đó . | | | | 0,25 | |
|  |  | Áp dụng bất đẳng thức Cô-si ta có : . | | | | 0,25 | |
|  |  | Suy ra: . | | | | 0,25 | |
|  |  | . | | | | 0,25 | |
|  |  | Từ giả thiết ta có . | | | | 0,25 | |
|  |  | Suy ra .  Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi: .  Vậy  đạt được khi . | | | | 0,25 | |
| **4** | **a)**  **3,0** | Cho đường tròn  có dây cung  cố định và không đi qua tâm . Gọi  là điểm di động trên đường tròn  sao cho tam giác  nhọn và  Gọi  là trung điểm của cạnh  và  là trực tâm tam giác  Tia  cắt đường tròn  tại , đường thẳng  cắt cạnh  tại  và đường thẳng  cắt đường tròn  tại  ( khác ).  a) Chứng minh rằng tứ giác  là hình bình hành và .  b) Tia  cắt đường tròn  tại  ( khác ), đường thẳng đi qua  và vuông góc với đường thẳng  cắt  tại . Chứng minh rằng các đường thẳng  và  cùng đi qua một điểm.  c) Một đường tròn thay đổi luôn tiếp xúc với  tại  và cắt các cạnh  lần lượt tại  phân biệt. Gọi  là trung điểm của . Chứng minh rằng  luôn đi qua một điểm cố định. | | | | | |
|  |  |  | a) Ta có  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) .  Mà là trực tâm tam giác  . Từ đó suy ra . | | | 0,5 | |
|  |  |  | Tương tự | | | 0,5 | |
|  |  |  | Xét tứ giác  có  và  nên tứ giác  là hình bình hành. | | | 0,5 | |
|  |  |  | Mà  là trung điểm của  nên ba điểm  thẳng hàng. | | | 0,25 | |
|  |  | Lại có ba điểm  thẳng hàng. Từ đó suy ra ba điểm  thẳng hàng. | | | | 0,25 | |
|  |  | Ta có  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) . | | | | 0,25 | |
|  |  | Xét  và  có: ;  (hai góc đối đỉnh). | | | | 0,25 | |
|  |  | . | | | | 0,5 | |
|  | **b)**  **2,5** |  | | | Kéo dài  cắt đường thẳng  tại ,  có hai đường cao  và cắt nhau tại  là trực tâm tam giác . | 0,25 | |
|  |  |  | | | Xét tam giác  và  có  và  (cùng phụ với ). | 0,25 | |
|  |  |  | | | . | 0,25 | |
|  |  |  | | | . (1) | 0,25 | |
|  |  | Tương tự  là trực tâm . (2) | | | | 0,25 | |
|  |  | Từ (1) và (2)  (3) | | | | 0,25 | |
|  |  | Mà  (4) | | | | 0,25 | |
|  |  | Từ (3) và (4) nên  là tứ giác nội tiếp .  Mà  là tứ giác nội tiếp (do ) .  Từ đó suy ra . | | | | 0,25 | |
|  |  | Xét  có  và  là đường trung trực của . | | | | 0,25 | |
|  |  | (vì  là tứ giác nội tiếp nên  ) .  Mà  là trực tâm . Từ đó suy ra ba điểm  thẳng hàng. Vậy các đường thẳng  và  cùng đi qua một điểm. | | | | 0,25 | |
|  | **c)**  **1,5** |  | | Gọi  là giao điểm của  và  Xét  và  có:  ; | | 0,25 | |
|  |  |  | | (5) | | 0,25 | |
|  |  |  | | Do ;  nên theo tính chất góc ngoài của  và  ta có . | | 0,25 | |
|  |  |  | | Mà  nên | | 0,25 | |
|  |  |  | | . (6) | | 0,25 | |
|  |  | Từ (5) và (6) và kết hợp .  Vậy  luôn đi qua một điểm cố định . | | | | 0,25 | |
| **5** | **2,0** | Cho  số nguyên tố khác nhau. Chứng minh rằng có ít nhất hai số trong các số đã cho mà hiệu của chúng chia hết cho . | | | | | |
|  |  | Ta có  và  là các số nguyên tố. | | | | 0,25 | |
|  |  | Trong  số nguyên tố khác nhau có ít nhất  số khác các số . | | | | 0,5 | |
|  |  | Một số nguyên tố (khác) khi chia  dư  hoặc dư .  Trong  số nói trên, theo nguyên lý Dirichlet thì có ít nhất  số khi chia cho có cùng số dư. Chọn  số này. | | | | 0,5 | |
|  |  | Trong  số này theo nguyên lý Dirichlet có ít nhất  số khi chia cho có cùng số dư (*vì một số nguyên tố khi chia cho  thì có số dư từ  đến* ). | | | | 0,25 | |
|  |  | Chọn hai số này, dễ thấy hiệu của chúng chia hết cho . | | | | 0,25 | |
|  |  | Vậy nên hiệu của hai số đã chọn chia hết cho . | | | | 0,25 | |
|  |  | **TỔNG** | | | | **20,0** | |